

ENONCE :

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $n^2 + n + 2$ est un nombre pair .

Éléments de correction

Considérons la propriété : $\mathcal{P}_n$: « $n^2 + n + 2$ est un nombre pair » .

- $\mathcal{P}_0$ est vraie car 2 est pair .
- Supposons que $\mathcal{P}_p$ soit vraie pour un entier naturel p . Alors $p^2 + p + 2$ est un nombre pair .

$$(p+1)^2 + (p+1) + 2 = p^2 + 2p + 1 + p + 1 + 2 = p^2 + 3p + 4 = p^2 + p + 2 + 2p + 2 .$$

Or $p^2 + p + 2$ est pair et $2p + 2 = 2(p+1)$ est pair donc la somme est paire .

Donc $(p+1)^2 + (p+1) + 2$ est pair ; $\mathcal{P}_{p+1}$ est donc vraie . La propriété est héréditaire .

CONCLUSION : Pour tout entier naturel n , $\mathcal{P}_n$ est vraie .